



2023



BAHAN AJAR

MATEMATIKA EKONOMI

M Novan Fithrianto, S.Pd., M.Pd

MANAJEMEN

**FAKULTAS EKONOMI DAN BISNIS
UNIVERSITAS PANCA MARGA**

KATA PENGANTAR

Buku ini, penulis Matematika Ekonomi dan Bisnis ini ditujukan sebagai buku pengantar bagi mahasiswa ekonomi dan bisnis serta pembaca lainnya yang berminat mempelajari dan mendalami matematika ekonomi dan bisnis, yang merupakan aplikasi matematika dalam bidang ekonomi dan bisnis. Sejak pertama kali diterbitkan, buku ini banyak diminati dan digunakan oleh mahasiswa ekonomi dan bisnis serta para pengajar. Masukan dan koreksi sangat dibutuhkan untuk buku ini supaya semakin baik

Ada beberapa alasan penulisan buku ini. Pertama, untuk menambah jumlah referensi buku matematika ekonomi dan bisnis dalam bahasa Indonesia. Kedua, masih sedikit buku matematika ekonomi dan bisnis dalam bahasa Indonesia yang dilengkapi dengan berbagai contoh soal dan latihan. Ketiga, untuk membantu dan memudahkan penulis dalam mengajar matakuliah ini di Fakultas Ekonomi dan Bisnis Universitas Panca Marga. Keempat, untuk membantu mahasiswa belajar dengan lebih mudah, efisien, dan mandiri.

Tujuan yang ingin dicapai adalah hasil perkuliahan yang optimal, terutama dalam matakuliah ini. Keunggulan buku ini dibandingkan buku sejenis lainnya adalah penyajiannya yang sederhana, ringkas, padat, dan sistematis, serta dilengkapi dengan soal latihan yang sebagian besar merupakan aplikasi dalam ekonomi dan bisnis. Buku "Matematika Ekonomi dan Bisnis" ini merupakan hasil dari usaha banyak pihak. Mahasiswa, rekan sejawat (dosen), pemeriksa, dan penerbit semuanya memberikan kontribusi yang signifikan.

DAFTAR ISI

Bab 1 Konsep dasar matematika ekonomi	4
Pengertian konsep dasar matematika ekonomi.....	5
Konsep dasar matematika ekonomi	7
Bab 2 Himpunan.....	10
Penyajian himpunan	11
Himpunan universal dan himpunan kosong	11
Operasi himpunan.....	12
Bab 3 Akar, pangkat dan logaritma	15
Pangkat	15
Akar	16
Logaritma.....	17
Bab 4 Fungsi linear dan aplikasi ekonomi	19
Pengertian dan unsur – unsur fungsi.....	20
Jenis –jenis fungsi	20
Aplikasi ekonomi	21
Bab 5 Fungsi non linear dan aplikasi ekonomi.....	24
Fungsi non linear	24
Fungsi kuadrat.....	26
Bab 6 limit dan aplikasi ekonomi	28
Pengertian limit	28
Sifat-sifat limit dan contohnya	29
Limit hingga dan tak hingga.....	30
Penerapan limit dalam ekonomi	31
Bab 7 Diferensial sederhana.....	35
Bentuk dasar diferensial.....	35
Bab 8 Optimasi.....	37
Bentuk dasar diferensial.....	37
Daftar pustaka	40

BAB 1

KONSEP DASAR MATEMATIKA EKONOMI

A. Pendahuluan

Matematika ekonomi adalah penggunaan teknik matematika untuk memecahkan masalah ekonomi. Ini melibatkan penerapan berbagai konsep matematika dalam analisis ekonomi untuk membantu dalam pengambilan keputusan dan perumusan kebijakan. Aktivitas ekonomi merupakan bagian dari kehidupan manusia dimulai jauh ribuan tahun yang lalu. Beberapa konsep dasar ekonomi diekspresikan dalam bentuk matematika sederhana, seperti bilangan bulat atau pecahan diikuti dengan operasi sederhana seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Aktivitas ekonomi yang dilakukan semakin kompleks dan saling terkait dengan aktivitas lainnya, sehingga membutuhkan pemecahan yang kompleks juga. Semakin kompleks suatu masalah, akan semakin kompleks pula alat analisis yang digunakan untuk pemecahannya. Salah satu alat yang dianggap mampu mengekspresikan kompleksnya permasalahan tersebut adalah model matematika.

Memahami matematika ekonomi merupakan cara atau pola pikir ilmu ekonomi dan bisnis dengan analisis yang bersifat kuantitatif. Matematika ekonomi sebagai cabang

yang membahas masalah ekonomi dengan pendekatan dan lambang-lambang ekonomi memanfaatkan konsep dan teknik perhitungan yang relevan untuk memecahkan masalah-masalah ekonomi. Dalam mempelajari matematika ekonomi topik-topik matematika murni yang digunakan, misalnya fungsi, himpunan, deret dan optimasi. Topik-topik inilah yang dipakai dalam penerapan ekonomi. Namun demikian, hubungan ini seringkali belum bisa memberikan ukuran kekuatan hubungan secara tegas antara variabel ekonomi. Matematika ekonomi menjadi salah satu metode atau alat analisis yang dapat memberikan ukuran dari hubungan antara variabel yang kemudian disederhanakan kedalam model matematika.

B. Pengertian Konsep Dasar Matematika Ekonomi

Konsep yaitu suatu abstraksi yang dibentuk oleh organisasi kekhususan. Suatu konsep sebenarnya adalah defenisi secara singkat dari sekelompok fakta atau gejala. Konsep matematika adalah suatu ide yang merupakan suatu generalisasi peristiwa atau pengalaman yang dinyatakan dengan istilah atau symbol tertentu. Konsep harus mengacu pada objek, benda-benda, ciri dan atribut yang lengkap dengan sesuatu dari suatu objek. Oleh karena orang yang mengalami stimulus-stimulus yang berbeda-beda sesuai

dengan pengelompokan stimulus-stimulus dengan cara tertentu(Nicholson, 2005).

Jadi, dapat disimpulkan bahwa konsep merupakan abstraksi, gambaran yang disimbolkan secara terstruktur. Gambaran itu diklasifikaikan, dikelompokkan berdasarkan aturan dan pengalaman sehingga terbentuk suatu makna tertentu, dan dengan konsep itu bisa membedakan mana yang merupakan contoh dan bukan contoh. Matematika adalah ilmu pengetahuan yang didapat dengan berpikir (bernalar). Matematika lebih menekankan kegiatan dalam dunia rasio (penalaran), bukan menekankan dari hasil eksperimen atau hasil observasi, matematika terbentuk karena pikiran-pikiran manusia, yang berhubungan dengan ide, proses, dan penalaran.

Matematika ekonomi bukan merupakan cabang tersendiri dari ilmu ekonomi, tidak seperti keuangan negara atau perdagangan Internasional. Namun, matematika ekonomi lebih merupakan pendekatan untuk analisis ekonomi, dimana ahli ekonomi menggunakan simbol-simbol matematis untuk menyatakan dalil-dalil sistematis yang terkenal untuk membantu di dalam pembahasannya. Matematika ekonomi dapat di gunakan dalam teori ekonomi makro atau mikro, keuangan negara, ekonomi perkotaan, dan lain-lain. Matematika ekonomi sebagai cabang ilmu

ekonomi membahas masalah-masalah ekonomi dengan menggunakan pendekatan dan lambang-lambang ekonomi. Pembahasan pada matematika ekonomi memanfaatkan konsep dan teknik perhitungan yang relevan untuk memecahkan masalah-masalah ekonomi.

C. Konsep Dasar Matematika Ekonomi

Model ekonomi adalah abstraksi tentang hubungan ekonomi untuk menyederhanakan penanganan masalah-masalah ekonomi yang kompleks. Model ekonomi dibentuk untuk mempelajari tingkah laku unit-unit ekonomi dalam hubungannya dengan kegiatan-kegiatan ekonomi, misalnya kegiatan produksi, konsumsi, dan distribusi barang dan jasa. Bentuk-bentuk model ekonomi antara lain, yaitu:

1. Variabel, Konstanta, Koefisien dan Parameter

Dalam pembuatan model-model aljabar atau matematis yang penting diperlukan adalah bentuk persamaan (equation) dengan unsur-unsur utamanya: variable, koefisien, dan parameter. Variabel adalah sesuatu yang nilainya dapat berubah-ubah dalam suatu masalah tertentu. Konstanta adalah sesuatu yang nilainya tetap atau tidak berubah. Jika konstanta dengan variable digabungkan menjadi satu, maka angka konstanta yang ada di depan variable disebut koefisien dari variable tersebut. Koefisien atau

konstanta yang bervariasi atau dinyatakan dalam huruf atau lambing huruf awal abjad Yunani atau Arab disebut parameter.

2. Persamaan dan Pertidaksamaan

Persamaan definisi adalah bentuk persamaan yang mempunyai arti yang sama. Sedangkan persamaan keseimbangan adalah persamaan yang menggambarkan kondisi keseimbangan model (Nicholson, 2005). Sebagai contoh dalam keseimbangan pasar $Quantity\ Demand = Quantity\ Supply$

3. Sistem Bilangan Nyata

Sistem bilangan (number system) adalah suatu cara untuk mewakili besaran dari suatu item fisik. Sistem bilangan yang banyak dipergunakan oleh manusia adalah sistem bilangan desimal, yaitu sistem bilangan yang menggunakan 10 macam simbol untuk mewakili suatu besaran. Sistem ini banyak digunakan karena manusia mempunyai sepuluh jari untuk dapat membantu perhitungan. Lain halnya dengan komputer, logika di komputer diwakili oleh bentuk elemen dua keadaan yaitu off (tidak ada arus) dan on (ada arus). Konsep inilah yang dipakai dalam sistem bilangan

binary yang mempunyai dua macam nilai untuk mewakili suatu besaran nilai.

Bilangan real adalah suatu bilangan yang terdiri dari bilangan rasional dan bilangan irasional. Bilangan riil atau bilangan real menyatakan angka yang bias dituliskan dalam bentuk desimal. Menyatakan bilangan yang bisa dituliskan dalam bentuk desimal, seperti 2,4871773339... atau 3.25678. Bilangan real meliputi bilangan rasional, seperti 42 dan $-23/129$, dan bilangan irasional, seperti π dan $\sqrt{2}$.

Bilangan rasional direpresentasikan dalam bentuk desimal berakhir, sedangkan bilangan irasional memiliki representasi desimal tidak berakhir namun berulang. Bilangan riil juga dapat direpresentasikan sebagai salah satu titik dalam garis bilangan. Definisi populer dari bilangan real meliputi kelas ekuivalen dari deret Cauchy rasional, irisan Dedekind, dan deret Archimides. Bilangan riil ini berbeda dengan bilangan kompleks yang termasuk di dalamnya adalah bilangan imajiner.

BAB 2

HIMPUNAN

A. Pendahuluan

Seperti telah kita ketahui bahwa matematika merupakan salah satu ilmu yang sangat bermanfaat dalam kehidupan kita. Salah satunya konsep dasar himpunan yang hampir mendasari seluruh cabang matematika. Himpunan sendiri berhubungan erat dengan keseharian kita, dengan belajar himpunan kita di harapkan mampu memanami dari materi himpunan itu sendiri yang mungkin bermanfaat dalam kehidupan kita. Himpunan bisa didefinisikan suatu kumpulan objek-objek yang cenderung mempunyai sifat dan karakter yang sama (Barnett, 2015).

Objek-objek yang mengisi atau membentuk himpunan disebut anggota himpunan atau elemen himpunan atau unsur himpunan. Himpunan adalah kelompok obyek-obyek (elemen) yang dapat dibedakan secara jelas. Sebagai contoh misalnya: Himpunan Mahasiswa Ekonomi, Himpunan Bilangan Nyata, Himpunan Binatang Berkaki Empat, Himpunan Bilangan Bulat Positif dan lain-lain. Konsep himpunan adalah suatu konsep mendasar dalam semua cabang ilmu matematika. Secara intuitif, sebuah himpunan adalah suatu daftar, kumpulan atau koleksi obyek-obyek

(konkret maupun abstrak) yang mempunyai kesamaan tertentu.

Obyek-obyek dalam himpunan-himpunan tersebut dapat berupa bilangan, huruf, Negara, dan sebagainya. Materi himpunan di dalamnya terdapat banyak macam pokok bahasan yang mengakibatkan siswa merasa kesulitan dalam memahami materi himpunan sehingga materi himpunan tergolong materi yang cukup sulit.

B. Penyajian Himpunan

1. Cara daftar dilakukan dengan mencantumkan seluruh obyek yang menjadi anggota suatu himpunan. contoh:
 $A = 1, 2, 3, 4, 5$ artinya himpunan A beranggotakan bilangan-bilangan bulat positif 1, 2, 3, 4, dan 5.
2. Cara kaidah dilakukan dengan menyebutkan karakteristik tertentu dari obyek-obyek yang menjadi anggota himpunan tersebut. Contoh $A = \{x; 0 < x < 6\}$ artinya himpunan A beranggotakan obyek x , dimana x adalah bilangan-bilangan bulat positif yang lebih besar dari nol, tetapi lebih kecil dari enam. Himpunan A, juga dapat dituliskan $A = \{x; 1 \leq x \leq 5\}$

C. Himpunan Universal dan Himpunan Kosong

Himpunan universal adalah himpunan tertentu yang terdiri dari beberapa himpunan bagian yang masing-masing mempunyai anggota (Barnett, 2015). Notasi dilambangkan

dengan U , sedangkan himpunan kosong adalah himpunan yang tidak mempunyai anggota dan dilambangkan dengan notasi $\{ \}$ atau \emptyset .

Contoh :

Jika diketahui beberapa himpunan sebagai berikut:

$$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$C = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

Maka yang dapat disimpulkan berdasarkan data diatas adalah

D. Operasi Himpunan

1. Gabungan (union)

Notasi $A \cup B$ Himpunan yang beranggotakan obyek-obyek milik A atau obyek-obyek milik B . $A \cup B = \{x; x \in A \text{ atau } x \in B\}$

2. Irisan (intersection)

Notasi $A \cap B$ Himpunan yang beranggotakan baik obyek milik A maupun obyek milik B $A \cap B = \{x; x \in A \text{ dan } x \in B\}$

3. Selisih

Apabila $A \cap B = \emptyset$, yaitu jika A dan B tidak mempunyai satupun anggota yang dimiliki bersama,

maka A dan B dikatakan disjoint (disjoint). Selisih dari himpunan A dan himpunan B, ditulis dengan notasi $A - B$ atau $A \setminus B$ adalah himpunan yang beranggotakan obyek-obyek milik A yang bukan milik B.

4. Pelengkap complement)

Adalah himpunan yang beranggotakan obyekobyek yang tidak dimiliki oleh A.

Dengan kata lain \bar{A} sama dengan selisih antara himpunan universal U dan himpunan A.

$$\bar{A} = \{x; x \in U \text{ tetapi } x \notin A\} = U - A$$

5. Hukum operasi himpunan

- Hukum Komutatif (a) $A \cup B = B \cup A$
(b) $A \cap B = B \cap A$
- Hukum Asosiatif (a) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
(b) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
- Hukum Distributif (a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
(b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- Hukum DeMorgan^(a) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
(b) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
- Hukum Idempoten (a) $A \cup A = A$
(b) $A \cap A = A$
- Hukum Kelengkapan (a) $\phi^c = S$
(b) $S^c = \phi$ (e) $A \cap A^c = \phi$
(c) $(A^c)^c = A$
(d) $A \cup A^c = S$

E. Latihan Soal

1. Diketahui himpunan-himpunan sebagai berikut:

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$Q = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$R = \{4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$S = \{6, 7, 8, 9\}$$

carilah

1. $Q \cup R$

6. $R \cap S$

2. $Q \cup S$

7. $Q - R$

3. $R \cup S$

8. $Q - S$

4. $Q \cap R$

9. $R - S$

5. $Q \cap S$

10. Q^c

2. Hasil penelitian terhadap 50 orang ibu rumah tangga, ternyata 30 orang memilih sabun cair merek A, 34 orang memilih sabun cair merek B dan 14 orang memilih sabun cair merek A dan B.

(a) Berapa orang memilih sabun cair merek A tetapi tidak memilih merek B?

(b) (b)

Berapa orang memilih sabun cair merek B tetapi tidak memilih

Merek A?

BAB 3

AKAR, PANGKAT DAN LOGARITMA

A. Pendahuluan

Pada bab ini menjelaskan tentang pengertian akar, pangkat dan logaritma dimana yang telah kita ketahui sudah pernah kita dapatkan ketika sekolah dulu. Materi ini disajikan kembali untuk membantu anda mengingat kembali sehingga anda lebih paham tentang konsep ini. Pengalaman terhadap materi ini diharapkan mampu untuk memahami akar, pangkat dan logaritma.

B. Pangkat

Pangkat dari sebuah bilangan adalah suatu indeks yang menunjukkan banyaknya perkalian bilangan yang sama secara beruntun. Notasi x^a berarti bahwa x dikalikan dengan x itu sendiri secara berturut – turut sebanyak a kali. Notasi perpangkatan sangat berfaedah untuk merumuskan penulisan perkalian bentuk ringkas. Di bawah ini diberikan sifat –sifat pangkat(Nicholson, 2005).

-- ** Aturan Pangkat ** --

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
3. $(a^m)^n = a^{mn}$
4. $(a \times b)^n = a^n \times b^n$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad b \neq 0$
6. $a^0 = 1$
7. $\frac{1}{a^n} = a^{-n}, \quad a \neq 0$
8. $a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$

C. Akar

Akar merupakan bentuk lain dalam menyatakan bilangan berpangkat. Akar dari sebuah bilangan adalah basis yang memenuhi bilangan tersebut berkenaan dengan bilangan pangkat akarnya. Hubungan akar dengan pangkat, akar sebenarnya adalah bentuk lain dari pangkat pecahan, lihat persamaan berikut (Nicholson, 2005).

$$a^n = x \Leftrightarrow a = \sqrt[n]{x}$$

Di bawah ini disajikan sebuah gambar sifat dari akar

- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
- $a\sqrt{b} + c\sqrt{d} = ac\sqrt{bd}$
- $(\sqrt{a} + \sqrt{b}) + (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$
- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$
- $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a + b - 2\sqrt{ab}$
- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{c} + \sqrt{d}) = \sqrt{ac} + \sqrt{ad} + \sqrt{bc} + \sqrt{bd}$
- $a\sqrt{b} : c\sqrt{d} = \frac{a}{c} \sqrt{\frac{b}{d}}$

D. Logaritma

Logaritma pada dasarnya merupakan kebalikan dari proses pemangkatan atau pengakaran. Ia dapat digunakan untuk menyederhanakan operasi – operasi perkalian, pembagian, pencarian pangkat dan penarikan akar. Logaritma dari suatu bilangan adalah pangkat yang harus dikenakan pada bilangan pokok logaritma untuk memperoleh bilangan tersebut. Logaritma memiliki bentuk umum ${}^a\log b = c$, dimana a merupakan basis, sedangkan b adalah numerus dan c adalah nilai. adapun sifat – sifat logaritma seperti dibawah ini (Harrison, 2016).

-- ** Sifat-Sifat Logaritma ** --

$$a^c = b \Leftrightarrow {}^a\log b = c$$

1. ${}^a\log 1 = 0$
2. ${}^a\log a = 1$
3. ${}^a\log bc = {}^a\log b + {}^a\log c$
4. ${}^a\log \frac{b}{c} = {}^a\log b - {}^a\log c$
5. ${}^a\log b^m = m {}^a\log b$
6. ${}^a\log b^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} {}^a\log b$
7. ${}^{\frac{m}{n}}\log b^m = \frac{m}{n} \cdot {}^a\log b$
8. ${}^a\log b = \frac{{}^p\log b}{{}^p\log a}$
9. ${}^a\log b = \frac{1}{{}^b\log a}$
10. $a^{{}^a\log b} = b$
11. ${}^a\log d = {}^a\log b \cdot {}^b\log c \cdot {}^c\log d$

Latihan Soal

1. Sederhanakanlah bentuk – bentuk berikut dan selesaikan

a) $4^5 \cdot 4^3 \cdot 4^{-6}$

b) $5^4 \cdot 3^4 \cdot (-6)^4$

2. Ubahlah bentuk – bentuk berikut kedalam bentuk akar

a) $3^{1/7} \cdot 3^{4/7} : 3^{3/7}$

b) $(6^{2/3})^2$

3. Ubahlah kedalam bentuk logaritma

a) $\sqrt[3]{64}$

b) $3^{9/2} : \sqrt{243}$

Bab 4

Fungsi Linear dan Aplikasi Ekonomi

A. Pendahuluan

Keberadaan fungsi linear ternyata tidak melulu berhubungan dengan dunia matematika, tetapi juga dapat diterapkan dalam dunia ekonomi atau lebih tepatnya matematika ekonomi (Harrison, 2016). Maka dari itu, meskipun cara menghitungnya sulit tetapi hasil atau dampak yang diberikan sangatlah besar. Sebelum dijelaskan mengenai fungsi linier, akan disajikan contoh fungsi linier berikut ini : a. $y=5x-10$

$$b.y=4x-12$$

Berdasarkan contoh diatas dapat diketahui bahwa fungsi linier memiliki satu variabel bebas x yang pangkatnya satu dan satu variabel terikat yaitu y . Jadi dapat disimpulkan bahwa fungsi linier adalah fungsi yang hanya memiliki satu variabel bebas yang berpangkat satu pada variabel tersebut. Fungsi linier sering disebut dengan persamaan garislurus. Fungsi linear di dunia matematika akan selalu berkaitan erat dengan variabel, koefisien, dan konstanta. Ketiga hal tersebut nantinya akan berpengaruh pada proses penyajian fungsi dalam bentuk grafik. Jadi, fungsi linear adalah suatu fungsi yang membentuk grafik secara garis lurus. Fungsi linear ini juga menjadi fungsi

yang telah mendapatkan pangkat tertinggi dengan variabelnya sama dengan satu (Kolman, 2008).

B. Pengertian dan unsur – unsur fungsi

Fungsi ialah suatu bentuk hubungan matematis yang menyatakan hubungan ketergantungan (hubungan fungsional) antara satu variable dengan variable lain. Sebuah fungsi dibentuk oleh beberapa unsur. Sebuah fungsi yang secara konkret dinyatakan dalam bentuk persamaan atau pertidaksamaan, mungkin sekali mengandung sebuah konstanta dan mungkin pula tidak. Walaupun sebuah persamaan atau sebuah pertidaksamaan tidak mengandung konstanta, tidaklah mengurangi artinya sebagai sebuah fungsi (Devlin, 2003).

C. Jenis – jenis fungsi

Fungsi dapat digolongkan menjadi beberapa kelompok. Secara garis besar fungsi dikelompokkan atas fungsi aljabar dan fungsi non – aljabar. Dibawah ini akan diberikan beberapa contoh fungsi.

1. Fungsi polinom ialah fungsi yang mengandung banyak suku dalam variabel bebasnya. Bentuk umum persamaan polinom adalah

$$Y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

Pangkat tertinggi pada variabel suatu fungsi polinom mencerminkan derajat polinomnya, sekaligus mencerminkan derajat persamaan atau fungsi tersebut.

2. Fungsi linear ialah fungsi polinom khusus yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah pangkat satu.

Bentuk umum persamaan linear adalah $Y = a_0 + a_1x$; dimana a_0 adalah konstanta dan $a_1 \neq 0$

3. Fungsi kuadrat ialah fungsi polinom yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah pangkat dua. Bentuk umum persamaan kuadrat adalah

$Y = a_0 + a_1x + a_2x^2$; dimana a_0 adalah konstanta sedangkan a_1 dan a_2 adalah koefisien, $a_2 \neq 0$

4. Fungsi berderajat n adalah fungsi yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah pangkat n ($n =$ bilangan nyata). Bentuk umumnya adalah

$Y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$; dimana a_0 adalah konstanta sedangkan a_1 hingga a_n adalah koefisien, $a_n \neq 0$

D. Aplikasi ekonomi

Sebagaimana yang kita ketahui di awal bab ini fungsi linear lazim digunakan dalam ekonomi, baik ekonomi mikro maupun makro. Dua variabel ekonomi atau lebih yang saling berhubungan acapkali diterjemahkan ke dalam

bentuk sebuah persamaan linear (Devlin, 2003). Dalam ekonomi ada beberapa fungsi yang digunakan yaitu:

1. Fungsi permintaan

Fungsi permintaan menghubungkan antara variabel harga dan variabel jumlah (barang/jasa) yang diminta.

2. Fungsi penawaran

Fungsi penawaran menghubungkan antara variabel harga dan variabel jumlah (barang/jasa) yang ditawarkan.

3. Keseimbangan pasar

Pasar suatu macam barang dikatakan berada dalam keseimbangan (equilibrium) apabila jumlah barang yang diminta di pasar tersebut sama dengan jumlah barang yang ditawarkan.

Latihan soal

1. Ditetentukan titik A(- 2,3), B(4,5) dan titik C(-2,4).

- (a) Carilah persamaan garis yang melalui titik A dan B
- (b) Carilah persamaan garis yang melalui titik A dan C
- (c) Carilah persamaan garis yang melalui titik B dan C
- (d) Buatlah grafiknya dalam satu gambar.

2. Tentukanlah gradien dan persamaan garis lurus yang melalui:

- (a) Titik A(2,5) dan titik B(- 1,4)
- (b) Titik A(- 2,3) dan titik B(6,-3)

- (c) Titik A(2,3) dan titik B(5,7).
3. Tentukanlah persamaan garis lurus yang,
- (a) Melalui titik A(1,3) dan sejajar garis $-2x + 1 = 0$.
 - (b) Melalui titik P(3,0) dan tegak lurus garis $6x + y - 4 = 0$.
 - (c) Memotong sumbu x sepanjang 5 dan memotong sumbu y sepanjang 2 dari titik asal

BAB 5

FUNGSI NON LINEAR DAN APLIKASI EKONOMI

A. Pendahuluan

semua yang berhubungan dengan ekonomi biasanya juga berhubungan dengan matematika. Salah satu cabang ilmu matematika yang memiliki hubungan dengan ekonomi adalah fungsi non linear. Fungsi non linear adalah cabang ilmu matematika yang mempelajari tentang hubungan matematis antara satu variabel dengan variabel lainnya. Seperti yang kita ketahui ekonomi berhubungan dengan banyak sekali grafik dan kurva yang berbentuk garis lengkung seperti kurva penawaran. Dalam modul ini akan kita bahas lebih dalam mengenai fungsi non linear beserta penerapannya dalam ekonomi.

B. Fungsi Non Linear

Fungsi non linear adalah fungsi dimana pangkat tertinggi dari variabel – variabel fungsi tidak sama dengan satu dan jika digambarkan dalam suatu sistem koordinat akan membentuk garis lengkung (Stewart, 2015). Penggunaan Fungsi Non-Linear Fungsi non-linear merupakan bagian yang penting dalam matematika untuk ekonomi, karena pada umumnya fungsi-fungsi yang menghubungkan variabel-variabel ekonomi bentuknya tidak

linier. Oleh sebab itu dengan mempelajari bentuk-bentuk fungsi non- linier dan memahami sifat-sifatnya akan sangat bermanfaat dalam mendalami teori - teori ekonomi.

Model-model persamaan yang dipilih untuk diterapkan dapat dilakukan lebih tepat dan mendekati keadaan yang sebenarnya. Fungsi nonlinier merupakan fungsi yang banyak sekali digunakan dalam ekonomi, karena lebih mendekati keadaan nyata (Thomas, 2018). Banyak masalah dalam ilmu ekonomi yang menggunakan fungsi nonlinier sebagai model, khususnya persamaan - persamaan kuadrat. Meskipun demikian tidak semua aplikasinya dimuat dalam materi ini. Aplikasi fungsi kuadrat yang dibicarakan, dibatasi untuk fungsi permintaan dan penawaran Setelah mendapatkan mata kuliah ini mahasiswa diharapkan mampu:

- a. mendemonstrasikan pembuatan grafik berbagai macam bentuk fungsi non-linier;
- b. menjelaskan sifat-sifat berbagai bentuk fungsi non-linier;
- c. menunjukkan perbedaan fungsi permintaan dan penawaran yang disajikan dalam bentuk persamaan kuadrat;
- d. menghitung harga dan jumlah keseimbangan;

- e. menghitung kepuasan seorang konsumen dengan menggunakan konsep kurva indifference;
- f. menghitung kombinasi jumlah barang yang diminta dengan menggunakan konsep garis anggaran.

Fungsi Permintaan & Penawaran Pada bab sebelumnya telah dibahas tentang fungsi permintaan dan fungsi penawaran yang merupakan fungsi linear.

C. Fungsi Kuadrat

Fungsi kuadrat satu variabel bebas adalah fungsi polinomial tingkat dua, dimana fungsi ini mempunyai bentuk umum, $Y = \text{fungsi}(x) = a_0x + a_2 x^2$ atau bila koefisien-koefisien diubah, maka bentuknya adalah: $Y = f(x) = ax^2 + bx + c$ Dimana : $Y =$ variabel terikat $X =$ variabel bebas a, b , dan $c =$ konstanta dan $a \neq 0$ Bentuk ini bila digambarkan pada bidang koordinat akan mempunyai suatu parabola vertical (Larson, 2014).

Latihan Soal

1. Tentukan harga keseimbangan dan grafik fungsi penawaran dan permintaan dari persamaan – persamaan berikut :

a) Permintaan: $2Q + P = 10$ Penawaran: $P_2 - 4Q = 4$

b) Permintaan: $2Q_2 + P = 9$ Penawaran: $Q_2 + 5Q - P = -$

c) Permintaan: $Q = 64 - 8P - 2P^2$ Penawaran: $Q = 10P + 5P^2$

d) Permintaan: $PQ + 12P + 6Q = 97$ Penawaran: $P - Q = 6$

BAB 6

LIMIT DAN APLIKASI EKONOMI

A. Pendahuluan

Limit merupakan pokok bahasan yang baru ada di tingkat Sekolah Menengah Atas (SMA). Limit fungsi juga merupakan cabang ilmu matematika. Limit merupakan suatu batas yang menggunakan konsep pendekatan fungsi. Jadi limit adalah suatu nilai yang didekati fungsi saat suatu titik mendekati nilai tertentu. Limit fungsi dapat diterapkan dalam kehidupan sehari – hari khususnya dalam bidang ekonomi.

B. Pengertian Limit

Limit menggambarkan seberapa jauh sebuah fungsi akan berkembang apabila variabel di dalam fungsi yang bersangkutan terus menerus berkembang mendekati suatu nilai tertentu (Larson, 2014). Jika fungsi $f(x)$ mendekati L manakala variabel x mendekati a (a dan L keduanya konstanta), maka L disebut limit fungsi $f(x)$ untuk x mendekati a . Hubungan ini dilambangkan dengan notasi:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

Notasi tersebut dibaca “limit fungsi $f(x)$ untuk x mendekati a adalah L ”. Artinya jika variabel x berkembang secara terus menerus hingga mendekati bilangan tertentu a , maka nilai fungsi $f(x)$ pun akan berkembang pula hingga

mendekati L. Atau sebaliknya, fungsi $f(x)$ dapat dibuat mendekati nilai tertentu yang diinginkan L dengan mengembangkan variabel x sedemikian rupa hingga mendekati a. Dua hal perlu diperhatikan dalam notasi atau pernyataan limit di atas. Pertama, $x \rightarrow a$ harus dibaca serta ditafsirkan sebagai x mendekati a, dan bukan berarti $x=a$. Kedua, $\lim f(x)=L$ harus dibaca serta ditafsirkan bahwa L adalah limit fungsi $f(x)$, dan bukan berarti L adalah nilai fungsi $f(x)$.

C. Sifat-sifat limit dan contohnya

Dengan teorema limit pusat, maka didapatkan 8 sifat limit fungsi, Misalkan n bilangan bulat positif, f dan g fungsi-fungsi yang mempunyai limit di titik a , dan c suatu konstanta, berlaku, sebagai berikut :

$$1. \lim_{x \rightarrow a} c = c$$

$$2. \lim_{x \rightarrow a} x^n = a^n$$

$$3. \lim_{x \rightarrow a} c f(x) = c \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$5. \lim_{x \rightarrow a} (f(x) \times g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$6. \lim_{x \rightarrow a} f(x)/g(x) = (\lim_{x \rightarrow a} f(x))/(\lim_{x \rightarrow a} g(x))$$

$$7. \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$$

Contoh sifat $\lim_{x \rightarrow a} c = c$

Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow 2} 7$!!!!

Jawab :

Dik :

$$a = 2$$

$$c = 7$$

Masukan semua hal yang diketahui ke dalam rumus $\lim_{x \rightarrow a} c = c$, maka :

$$\lim_{x \rightarrow 2} 7 = 7$$

Jadi nilai dari $\lim_{x \rightarrow 2} 7$ adalah 7

D. Limit hingga dan tak hingga

Limit di tak hingga merupakan kajian yang tepat untuk mengetahui kecendrungan suatu fungsi jika nilai variabelnya dibuat semakin besar. Kita katakan, x menuju tak hingga, ditulis $x \rightarrow \infty$, artinya nilai x semakin besar atau bertambah besar tanpa batas. Diberikan sebuah fungsi $f(x) = 1/x^2$. Apa yang terjadi dengan fungsi $f(x)$, jika nilai x semakin besar ?

Untuk menjawab pertanyaan ini, mari kita amati nilai fungsi $f(x)$ untuk nilai-nilai x berikut.

$$x = 1 \quad \rightarrow f(x) = 1$$

$$x = 10 \quad \rightarrow f(x) = 0,01$$

$$x = 100 \quad \rightarrow f(x) = 0,0001$$

$$x = 1000 \rightarrow f(x) = 0,000001$$

Dari data diatas dapat kita lihat bahwa nilai $f(x)$ semakin mendekati 0, ketika x semakin besar.

E. Penerapan limit dalam ekonomi

Limit sangat berhubungan dengan masalah ekonomi yang lebih dirincikan melalui perhitungan-perhitungan biaya produksi yang disediakan dalam penyelesaian masalah perencanaan suatu bisnis berdasarkan modal dan keuntungan(Lehmann, 2014). Melalui jenis-jenis biaya produksi yang digunakan sebagai pengolahan biaya-biaya yang dikeluarkan dalam proses pengolahan bahan baku menjadi sebuah produk, konsep limit fungsi dapat berperan sebagai penyelesaian sejauh mana penggunaan modal akan digunakan dan keuntungan akan didapatkan.

Proses penentuan kedua hubungan tersebut merujuk pada perhitungan-perhitungan berupa biaya maksimum, biaya minimum, biaya marginal atau laju perubahan sesaat dan elastisitas(Lehmann, 2014). Salah satu jenis biaya produksi yaitu biaya marginal memiliki arti yaitu perubahan total biaya berupa peningkatan maupun penurunan total biaya akibat perubahan kualitas barang atau jasa.Jadi, dari

segi sifat biaya dalam hubungannya dengan tingkat output, biaya produksi dapat dibagi ke dalam:

1. Biaya Total (Total Cost = TC) . Biaya total adalah keseluruhan biaya yang dikeluarkan untuk menghasilkan produksi. $TC = TFC + TVC$ Dimana $TFC = \text{total fixed cost}$; dan $TVC = \text{total variable cost}$.
2. Biaya Tetap Total (total fixed cost = TFC) Biaya tetap total adalah keseluruhan biaya yang dikeluarkan untuk memperoleh faktor produksi yang tidak dapat berubah jumlahnya. Sebagai contoh : biaya pembelian mesin, membangun bangunan pabrik, membangun prasarana jalan menuju pabrik, dan sebagainya. Dalam analisisnya:
 - a) Biaya Variabel Total (total variable cost = TVC).
Biaya variabel total adalah keseluruhan biaya yang dikeluarkan untuk memperoleh faktor produksi variabel. Contoh biaya variabel : upah tenaga kerja, biaya pembelian bahan baku, pembelian bahan bakar mesin, dan sebagainya.
 - b) Biaya Tetap Rata-Rata (Average Fixed Cost = AFC). Biaya tetap rata- rata adalah biaya tetap total dibagi dengan jumlah produksi. $AFC = TFC/Q$ (di mana Q = tingkat output)

- c) Biaya Variabel Rata-Rata (Average Variable Cost = AVC). Biaya variabel rata-rata adalah biaya variabel total dibagi dengan jumlah produksi. $AVC = TVC/Q$ 4)
- d) Biaya Total Rata-Rata (Average Total Cost = AC). Biaya total rata-rata adalah biaya total dibagi dengan jumlah produksi. $AC = TC/Q$ atau $AC = AFC + AVC$.
- e) Biaya Marginal (Marginal Cost =MC). Biaya marginal adalah tambahan biaya produksi yang digunakan untuk menambah produksi satu unit.
- $$MC = \Delta ATC / \Delta Q$$

Jadi dapat disimpulkan bahwa dalam menghitung biaya maksimum dalam suatu produksi dapat menggunakan perhitungan marginal cost (Blitzer, 2017). Keuntungan maksimum didapat dengan menggunakan pendekatan marjinal yaitu dengan membandingkan nilai Marginal Revenue (MR) dan Marginal Cost (MC) (Penerapan Kalkulus Diferensial Dalam Menentukan Biaya Marginal dan Keuntungan Maksimum) (Sari, 2016). Keuntungan maksimum akan tercapai pada saat $MR=MC$. Dalam menentukan keuntungan maksimum, pertamamata kita harus menentukan persamaan linear biaya total. $TC = TFC + TVC$

Latihan soal limit

1. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2}{x+6} =$

2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x+7} =$

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x + 15}{x^2 - 2x - 3} =$

4. Nilai $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 2x}$ adalah...

5. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + (3-a)x - 3a}{x-a} =$

6. Seorang pedagang menjalankan kebijakan diskriminasi harga dalam penjualan jeruk dengan termin sebagai berikut :

Rp. 900,- per kg untuk pembelian sebanyak 5 kg atau kurang

Rp. 850,- per kg untuk pembelian lebih dari 5 kg tapi tak lebih dari 10 kg

Rp. 750,- per kg untuk pembelian lebih dari 10 kg

Apabila harga total dilambangkan dengan Y dan jumlah jeruk dilambangkan dengan X, Tuliskan fungsi yang menggambarkan soal diatas dan gambarkan kurvanya :

BAB 7

DIFERENSIAL SEDERHANA

A. Pendahuluan

Penggunaan matematika untuk bidang disiplin ilmu disebut dengan matematika terapan. Salah satu bentuknya yaitu membahas tentang seberapa besar tingkat perubahan suatu variabel akan mempengaruhi tingkat variabel lainnya yang diselesaikan dengan pendekatan diferensial. Diferensial membahas tentang tingkat perubahan suatu fungsi sehubungan dengan perubahan kecil dalam variabel bebas fungsi yang bersangkutan.

Dengan diferensial dapat pula disidik kedudukan – kedudukan khusus dari fungsi yang dipelajari misalnya titik maksimum, titik belok dan titik minimum. Manfaat dari konsep diferensial dapat menjadi alat untuk menganalisis dalam bidang bisnis dan ekonomi karena dalam bidang tersebut sangat umum terjadi masalah terkait perubahan, penentuan tingkat maksimum maupun penentuan tingkat minimum. Di dalam diferensial juga menyangkut fungsi yang mengandung hanya satu variabel bebas dalam persamaannya.

B. Bentuk dasar diferensial

Bentuk fungsi differensial: $y = f(x)$ Derivative dari y dipengaruhi oleh x , dimana differensialnya adalah: $f'(x) =$

dy/dx jika fungsi $f(x)$ mempunyai turunan/differensial untuk nilai x tertentu, maka fungsi $f(x)$ itu adalah kontinue untuk semua nilai x tersebut. Untuk perubahan yang kecil dari x (Δx), diperkirakan menggunakan rumus : $\Delta y/\Delta x$
 dy/dx this is the small increments formula (Swokowski, 2019).

Differensial dari fungsi pangkat banyak Jika $y = ax^n$, maka: $dy/dx = n \cdot ax^{n-1}$ misal $\rightarrow y$ sama dengan x pangkat n , seperti: $y = x^4$, maka $dy/dx = 4x^3$ $d(ax^n)/dx = a \cdot d(x^n)/dx$
 $x^1 = x \cdot x^0 = 1 \cdot x = x^{0.5}$

CONTOH

$$y = X^3 \rightarrow dy/dx = 3x^{3-1} = 3x^2$$

$$y = -9x^5 \rightarrow dy/dx = 5 * (-9)x^{5-1} = -45x^4$$

$$y = 22x \rightarrow dy/dx = 1 * 22x^{1-1} = 22$$

$$y = 4/x^2 \rightarrow dy/dx = 4x^{-2} = -8x^{-3} \quad y = -18x \quad y = 18x^{0.5}$$

$$\text{maka; } dy/dx = -9x^{-0.5} = -9/x$$

$$y = 11x + 9x^2 \rightarrow dy/dx = 11 + 18x$$

$$y = 8x^2 - 22x + 33 \quad dy/dx = 16x - 22 + 0 = 16x - 22$$

$$y = 7x^3 - 10x^2 + 3x - 4 \quad dy/dx = 21x^2 - 20x + 3 - 0 = 21x^2 - 20x +$$

3

BAB 8

OPTIMASI

A. Pendahuluan

Ekonomi Manajerial sebagai penerapan teori ekonomi dan peralatan ilmu pengambilan keputusan untuk mempelajari bagaimana suatu perusahaan dapat mencapai maksud & tujuan dengan cara yang efisien. Maksimisasi laba / nilai perusahaan atau meminimumkan biaya dengan kendala tertentu. Pendahuluan Memberikan alternatif pemecahan (solusi) terbaik bagi masalah yang dihadapi. Teknik optimasi metode untuk memaksimumkan atau meminimumkan, fungsi tujuan perusahaan hubungan ekonomi dapat digambarkan dalam bentuk: persamaan, tabel, grafik. Bila hubungannya sederhana, tabel, dan/atau grafik dapat mencukupi. namun bila hubungannya rumit, maka harus dibentuk sebuah persamaan.

B. Hubungan biaya total rata – rata dan margin

Hubungan konsep dan ukuran total, rata-rata dan marginal penting dalam analisis optimasi. Hubungan ini akan digunakan apabila kita berbicara tentang penerimaan, produksi, biaya atau laba. Dapat juga dipergunakan untuk menunjukkan bagaimana perusahaan memaksimumkan keuntungan (contoh paling penting dan perilaku mengoptimalkan perusahaan). Analisis Optimasi digunakan

untuk mempelajari proses perusahaan dalam menentukan tingkat output yang memaksimalkan laba (Swokowski, 2019).

Terdapat beberapa cara: 1. Maksimisasi Laba dengan pendekatan Penerimaan Total & Biaya Total 2. Optimisasi dengan Analisis Marginal 3. Optimisasi dengan Konsep Diferensial. Analisis optimisasi dapat dilakukan dengan lebih efisien dan tepat menggunakan kalkulus diferensial, yang didasarkan pada konsep turunan. Bermanfaat bagi masalah optimisasi terkendala, jika menunjukkan perubahan nilai maka menggunakan tanda Δ sehingga menjadi ΔX dan ΔY (Axler, 2014).

Latihan Soal

1. Fungsi permintaan dan biaya $P = 1000 - Q$ dan $TC = 50000 + 100.Q$ Tentukan:
 - a) Q , P , dan π pada tingkat output yang memaksimalkan TR jangka pendek
 - b) Q , P , dan π pada tingkat output yang memaksimalkan π jangka pendek
2. Diketahui $TR = 41,5Q - 1,1Q^2$ $TC = 150 + 10Q - 0,5Q^2 - 0,02Q^3$ $\pi = TR - TC$ $\pi = -150 + 31,5Q - 0,6Q^2 - 0,02Q^3$

Hitunglah turunan pertama (profit marjinal) $\rightarrow 31,5 - 1,2Q - 0,06Q^2$

3. Suatu perusahaan memproduksi produknya dengan menggunakan dua pabriknya dan bekerja dengan fungsi $\rightarrow TC = 3X^2 + 6Y^2 - XY$

Diketahui: $X =$ output pabrik pertama $Y =$ output pabrik kedua

Kendala \rightarrow produk total (gabungan kombinasi antara X dan Y) harus sebesar 20 unit $\rightarrow X + Y = 20$

Ditanya: Berapa kombinasi X dan Y supaya minimum biaya produksinya? Dan berapa biaya produksinya tersebut?

DAFTAR PUSTAKA

- Nicholson, Walter, "Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions," Thomson South-Western, 2005.
- Rudin, Walter, "Principles of Mathematical Analysis," McGraw-Hill, 1976.
- Adams, C. R., & Essex, C. (2013). Calculus: A Complete Course. Pearson Education.
- Barnett, R. A., Ziegler, M. R., & Byleen, K. E. (2015). College Mathematics for Business, Economics, Life Sciences, and Social Sciences. Pearson Education.
- Nicholson, Walter. (2005). Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions. Thomson South-Western.
- Harrison, M. C., & Broughton, J. R. (2016). Introduction to Set Theory and Logic. Wiley.
- Kolman, B., Busby, R. C., & Ross, S. (2008). Discrete Mathematical Structures. Pearson Education.
- Devlin, K. (2003). Sets, Functions, and Logic: An Introduction to Abstract Mathematics. Chapman & Hall/CRC.

- Stewart, James. (2015). *Calculus: Early Transcendentals*. Brooks Cole.
- Thomas, George B., Weir, Maurice D., & Hass, Joel. (2018). *Thomas' Calculus: Early Transcendentals*. Pearson.
- Larson, Ron, & Edwards, Bruce H. (2014). *Calculus*. Cengage Learning.
- Lehmann, Jay L. (2014). *Intermediate Algebra: Functions & Authentic Applications*. Pearson.
- Blitzer, Robert. (2017). *Algebra and Trigonometry*. Pearson.
- Swokowski, Earl W., & Cole, Jeffery A. (2019). *Algebra and Trigonometry with Analytic Geometry*. Cengage Learning.
- Axler, Sheldon. (2014). *Precalculus: A Prelude to Calculus*. Wiley.